

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ  
проректор

\_\_\_\_\_ П. А. Машаров  
«17» апреля 2025 г.  
МП

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ЦЕЛЫЕ ФУНКЦИИ**

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Целые функции»** для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

профессор кафедры математического анализа и  
дифференциальных уравнений,  
доктор физ.-мат. наук, профессор

В. В. Волчков

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и  
дифференциальных уравнений.  
Протокол от 08.04.2025 г. № 9а

Заведующий кафедрой

В. В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и  
информационных технологий  
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.  
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.  
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной  
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.  
16.04.2025 г.

В. В. Волчков

## 1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Комплексный анализ, Функциональный анализ.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Избранные вопросы теории функций, Теория распределений, Гармонический анализ, Интегральные преобразования, Производственная практика: научно-исследовательская работа (обязательная), Производственная практика: преддипломная практика (обязательная), Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

## 2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.13 Целые функции
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор вуза
Количество зачетных единиц / всего часов	4 / 144

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

### 2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	4	7	26	–	39	79	144	экзамен

## 3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование научного мировоззрения; овладение новым математическим аппаратом; углубление и применение знаний, полученных в общих курсах; подготовка к профессиональной деятельности; подготовка к чтению специальной литературы.

#### 4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

##### 4.1. Компетенции

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

##### 4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-1.1. Применяет современные математические методы и приемы в профессиональной деятельности.

##### 4.3. Результаты обучения

ОПК-1.1.1. Знает определения и утверждения, приёмы доказательства утверждений, методы решения задач, связанных с теорией целых функций.

ОПК-1.1.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы и вычислительные средства, умеет решать задачи дисциплины (находить порядок и тип целой функции, разложение целой функции в бесконечное произведение, доказывать полноту систем функций).

ОПК-1.1.3. Владеет методами исследования роста целых функций, методами исследования полноты системы специальных функций, методами факторизации целых функций.

#### 5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Порядок и тип целой функции	1.1. Теорема Лиувилля 1.2. Вычисление порядка и типа 1.3. Нули целой функции конечного порядка
Раздел 2. Разложение целой функции в бесконечное произведение	2.1. Бесконечные произведения 2.2. Построение целой функции с заданными нулями 2.3. Факторизация целой функции конечного порядка
Раздел 3. Целые функции экспоненциального типа	3.1. Функции, ассоциированные по Борелю 3.2. Сопряженная диаграмма 3.3. Индикатриса роста
Раздел 4. Применение целых функций к вопросам полноты	4.1. Критерий неполноты 4.2. Теорема Маркушевича 4.3. Приложения

#### 6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 6.1. Форма обучения – очная, курс – 4, семестр – 7

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Порядок и тип целой функции	<b>6</b>		<b>9</b>	<b>15</b>	<b>30</b>
Теорема Лиувилля	1		2	4	7
Вычисление порядка и типа	3		5	6	14
Нули целой функции конечного порядка	2		2	5	9

Раздел 2. Разложение целой функции в бесконечное произведение	<b>8</b>		<b>12</b>	<b>22</b>	<b>42</b>
Бесконечные произведения	2		4	8	14
Построение целой функции с заданными нулями	2		2	5	9
Факторизация целой функции конечного порядка	4		6	9	19
Раздел 3. Целые функции экспоненциального типа	<b>6</b>		<b>8</b>	<b>21</b>	<b>35</b>
Функции, ассоциированные по Борелю	2		2	7	11
Сопряженная диаграмма	2		3	7	12
Индикатриса роста	2		3	7	12
Раздел 4. Применение целых функций к вопросам полноты	<b>6</b>		<b>10</b>	<b>21</b>	<b>37</b>
Критерий неполноты	2		2	6	10
Теорема Маркушевича	2		2	6	10
Приложения	2		6	9	17
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР / ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	<b>26</b>	–	<b>39</b>	<b>79</b>	<b>144</b>

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 7.1. Контрольные вопросы

#### Раздел 1

1. Формула Коши-Адамара.
2. Свойства максимума модуля целой функции на окружности с центром в нуле.
3. Связь между ростом целой функции и скоростью убывания коэффициентов в её разложении в степенной ряд.
4. Формулы для порядка и типа через коэффициенты.
5. Порядок и тип производной.
6. Теорема о нулях аналитической функции в круге.
7. Показатель сходимости последовательности нулей.
8. Теоремы единственности.

#### Раздел 2

9. Определение сходимости бесконечного произведения.
10. Необходимое условие сходимости.
11. Достаточное условие сходимости.
12. Равномерная сходимость бесконечного произведения.
13. Достаточное условие равномерной сходимости.
14. Построение целой функции с заданными нулями.
15. Теорема Адамара.
16. Теорема Бореля.

#### Раздел 3

17. Простейшие свойства функции, ассоциированной по Борелю.
18. Опорная функция.
19. Выпуклая оболочка.
20. Интегральное представление целой функции экспоненциального типа.

21. Теорема Поля.
22. Свойства индикатрисы роста.
23. Ряд Ньютона с целыми узлами.

#### Раздел 4

24. Теорема Гельфонда о полноте  $\{f(a_k z)\}$ .
25. Теорема Маркушевича о полноте  $\{f(a_k z)\}$ .
26. Полнота системы степеней.

#### 7.2. Темы докладов (рефератов)

1. Основные интегральные формулы для функций, аналитических в круге: Пуассона, Шварца, Пуассона-Йенсена.
2. Формула Йенсена. Характеристики Неванлинны.
3. Теорема Фрагмена-Линделёфа.
4. Теорема Винера-Пэли.
5. Полнота системы функций Бесселя.
6. Полнота системы функций Лежандра.
7. Полнота системы функций Феррерса.
8. Полнота системы функций Якоби.

#### 7.3. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике:

- порядок и тип целой функции (вычисление порядка и типа);
- бесконечные произведения (исследование на сходимость бесконечного произведения);
- факторизация целой функции (разложение целой функции в бесконечное произведение).

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

#### 7.4. Образец содержания экзаменационного билета

1. Теорема Адамара.
2. Найдите порядок и тип функции  $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e}{n}\right)^{n/2} z^n$ .
3. Разложите функцию в бесконечное произведение  $f(z) = e^{2z} - 5e^z + 6$ .

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

### 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

#### 8.1. Семестр 7

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-4	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	50
	Контрольная работа по теоретическому материалу	40
ИТОГО		100
Промежуточная аттестация		100
Общий итог за семестр		100

#### Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

### 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования

ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

## 10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 10.1. Основная литература

1. Леонтьев, А. Ф. Целые функции. Ряды экспонент: учеб. пособие для студентов мат. и физ. спец. вузов / А. Ф. Леонтьев. - М. : Наука, 1983. - 176 с.
2. Евграфов, М. А. Аналитические функции: [учеб. пособие для вузов] / М. А. Евграфов. - 2 изд. - Москва: Наука, 1968. - 471 с.
3. Маркушевич, А. И. Избранные главы теории аналитических функций / А. И. Маркушевич. - Москва: Наука, 1976. - 191 с.

### 10.2. Дополнительная литература

4. Levin B.Ya., in collaboration with Yu. Lyubarskii, M. Sodin, V. Tkachenko. Lectures on Entire Functions// Transl. Math. Monographs. vol 150, Amer. Math. Soc., 1996.
5. А. А. Гольдберг, Б. Я. Левин, И. В. Островский, “Целые и мероморфные функций”, *Комплексный анализ. Одна переменная – I*, Итоги науки и техн. Сер. Современ. пробл. мат. Фундам. направления, **85**, ВИНТИ, М., 1991, 5–185.  
<http://www.mathnet.ru/links/86f4f2fbc4d0780196185693ee86aeecc/intf211.pdf>

## 11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.



8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

## 12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).